

**Тренировочный вариант №009**  
**контрольных измерительных материалов ОГЭ 2024 года**  
**по МАТЕМАТИКЕ**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Справочные материалы**

**Таблица квадратов двузначных чисел**

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ , где  $D = b^2 - 4ac$ .
- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то
 
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$
 если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то
 
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$
- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :
 
$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$
- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :  $a_n = a_1 + d(n - 1)$ .
- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:  $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ .
- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:
 
$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$
- Формулы сокращённого умножения:
 
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$
- Свойства арифметического квадратного корня:  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$  при  $a \geq 0, b \geq 0$ ;  
 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  при  $a \geq 0, b > 0$ .
- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$ 

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad (a^n)^m = a^{nm};$$

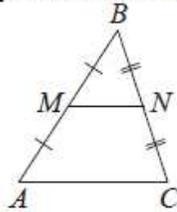
$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}; \quad (ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

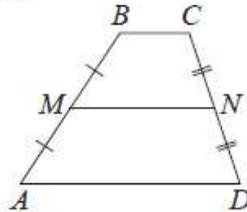
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

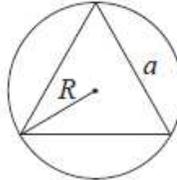


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

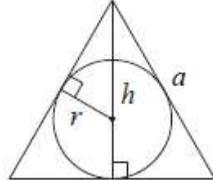


$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

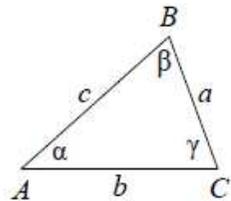
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



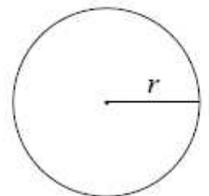
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

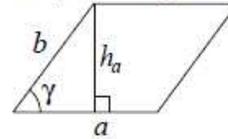


Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

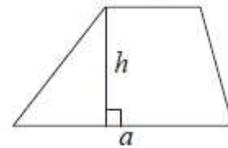
Площади фигур

Параллелограмм



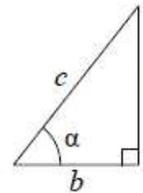
$S = ah_a$   
 $S = absin \gamma$

Трапеция



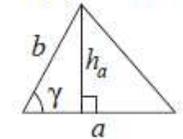
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Прямоугольный треугольник



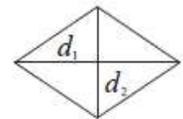
$\sin \alpha = \frac{a}{c}$   
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$   
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Треугольник



$S = \frac{1}{2}ah_a$   
 $S = \frac{1}{2}absin \gamma$

Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали  
 $S = \frac{1}{2}d_1d_2$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

## Часть 1

**Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.**

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

Упаковочные коробки (рис.1) делают из гофрированного картона: сначала вырезают развертку (см. рисунок), потом намечают сгибы, а затем сгибают развертку (рис.2) по этим линиям и склеивают коробку.

Сверху и снизу коробка закрывается клапанами. Внешние клапаны смыкаются друг с другом без зазора.

Для упаковки кофеварки длиной 31, шириной 22 и высотой 26 см нужно изготовить картонную коробку. Измерения коробки должны быть на 1 см больше, чем соответствующие размеры кофеварки.

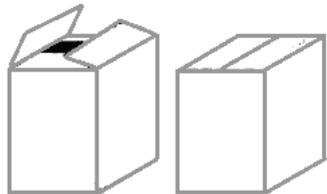


рис.1

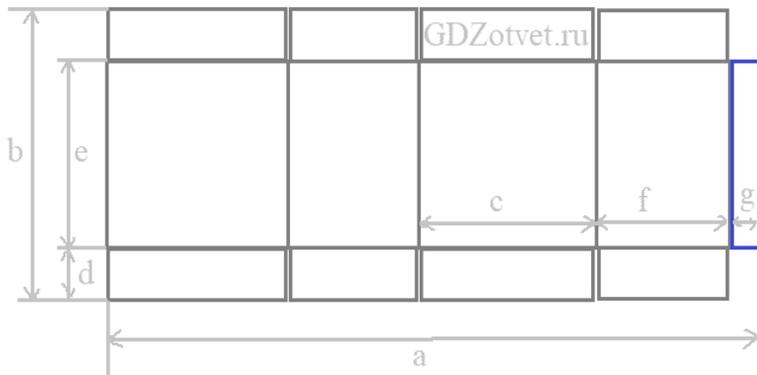


рис.2

1. На рисунке 2 изображена развертка коробки. Размеры показаны буквами. Справа сделан припуск для склейки.

Размеры:

1. Длина коробки
2. Ширина коробки
3. Высота коробки
4. Общая длина развертки, включая припуск для склейки
5. Полная высота развертки, включая клапаны
6. Ширина припуска на склейку
7. Ширина клапана

Установите соответствие между буквами и размерами. В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер. В ответ запишите последовательность цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Обозначения  $f$  а с e

Размеры

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Найдите общую длину развертки коробки вместе с припуском на склейку. Ширина припуска равна 4 см. Ответ дайте в см.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Вычислите объем коробки в литрах (1 л = 1000 см<sup>3</sup>). Толщиной картона пренебречь.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Площадь заготовки для изготовления коробки рассчитывается в квадратных метрах, как площадь прямоугольника с измерениями  $a$  и  $b$ . Фирма "МегаКоробка" предлагает изготовление упаковочных коробок на заказ. Цена коробки рассчитывается по формуле  $P = 230S + 50$  (рублей), где  $S$  - площадь заготовки. Найдите цену одной коробки для кофеварки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. При изготовлении партии одинаковых коробок компания "МегаКоробка" предлагает скидки в зависимости от заказанной партии (см. таблицу).

Розница (менее 10 шт.) нет скидки	Мелкий опт (10-99 шт.) Скидка 10%	Крупный опт (100 шт. и более) Скидка 15%
---	---	--

Заказчику нужна партия коробок, чтобы упаковать  $n$  кофеварок ( $n < 100$ ). При каком наименьшем  $n$  дешевле заказать 100 коробок по оптовой цене, чем ровно  $n$  коробок по мелкооптовой или розничной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

$$\frac{8}{11} : 2\frac{2}{7}$$

6. Найдите значение выражения. Представьте полученный результат в виде несократимой обыкновенной дроби. В ответ запишите числитель этой дроби.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Выберите правильный ответ. Какому из данных промежутков принадлежит число  $5/7$ ?

- 1)  $[0,5 ; 0,6]$
- 2)  $[0,6 ; 0,7]$
- 3)  $[0,7 ; 0,8]$
- 4)  $[0,8 ; 0,9]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

$$\frac{\sqrt{25a^9} \cdot \sqrt{16b^8}}{\sqrt{a^5b^8}} \text{ при } a=4 \text{ и } b=7$$

8. Найдите значение выражения

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Найдите корень уравнения  $(x-5)^2 = (x+10)^2$ .

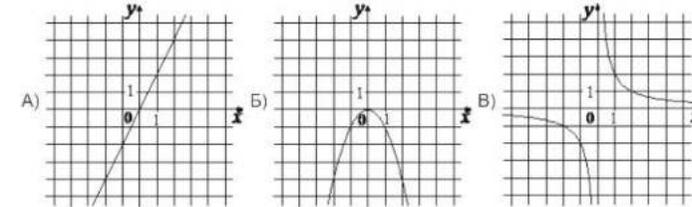
Ответ: \_\_\_\_\_.

10. В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Установите соответствие и впишите ответ. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**



**ФОРМУЛЫ**

- 1)  $y=2/x$
- 2)  $y=-x^2$
- 3)  $y=2x$

Ответ: В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	Б	B

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой  $tF=1,8tC+32$ , где  $tC$  — температура в градусах Цельсия,  $tF$  — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует  $-10$  градусов по шкале Цельсия?

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке



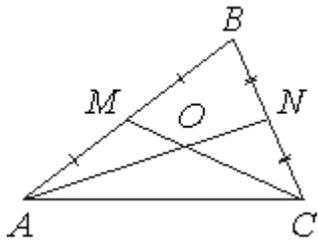
- 1)  $x^2 - 6x < 0$
- 2)  $x^2 - 6x > 0$
- 3)  $x^2 - 36 < 0$
- 4)  $x^2 - 36 > 0$

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на  $6^\circ\text{C}$ . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла  $-7^\circ\text{C}$ .

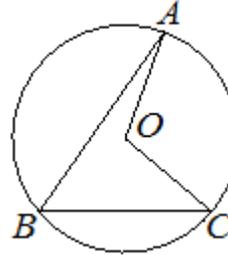
Ответ: \_\_\_\_\_.

15. Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN=24$ ,  $CM=15$ . Найдите  $AO$ .



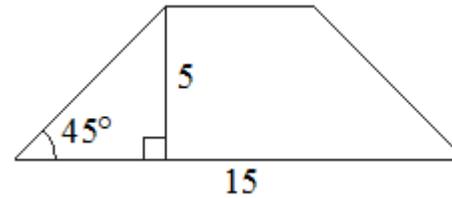
Ответ: \_\_\_\_\_.

16. Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC=49^\circ$  и  $\angle OAB=34^\circ$ . Найдите  $\angle BCO$ . Ответ дайте в градусах.



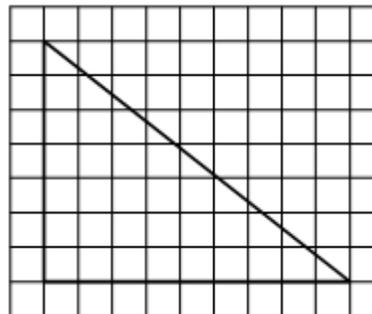
Ответ: \_\_\_\_\_.

17. В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



Ответ: \_\_\_\_\_.

18. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: \_\_\_\_\_.

19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
  - 2) Боковые стороны любой трапеции равны.
  - 3) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

**При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

20. Решите неравенство  $(x-11)^2 < \sqrt{5}(x-11)$

21. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

$$y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$$

22. Постройте график функции. Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y=kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Высота  $AH$  ромба  $ABCD$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH=8$  и  $CH=2$ . Найдите высоту ромба.

24. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $N$ , лежащей на стороне  $CD$ . Докажите, что  $N$  — середина  $CD$ .

25. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**