

Тренировочный вариант №008
контрольных измерительных материалов ОГЭ 2024 года
по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Справочные материалы

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения: $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, где $D = b^2 - 4ac$.
- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$
 если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$
- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$
- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d : $a_n = a_1 + d(n - 1)$.
- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$.
- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q : $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$
- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$
- Свойства арифметического квадратного корня: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ при $a \geq 0, b \geq 0$;
 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ при $a \geq 0, b > 0$.
- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad (a^n)^m = a^{nm};$$

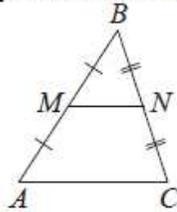
$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}; \quad (ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

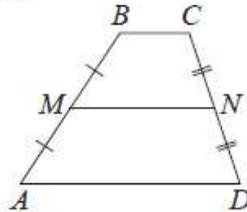
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

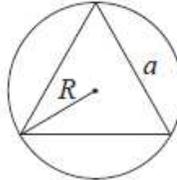


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

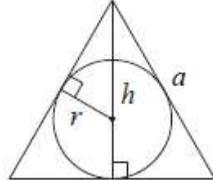


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

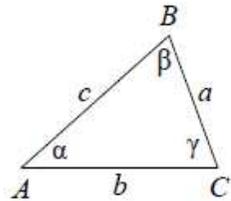
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



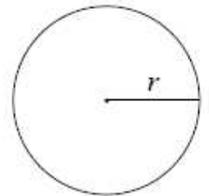
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

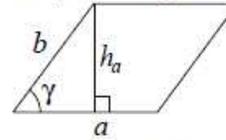


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

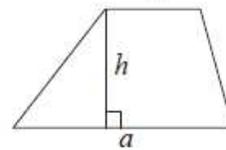
Площади фигур

Параллелограмм



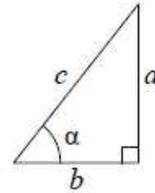
$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

Трапеция



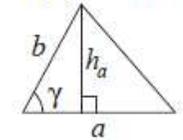
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Прямоугольный треугольник



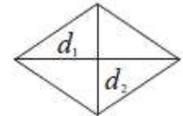
$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Треугольник



$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1

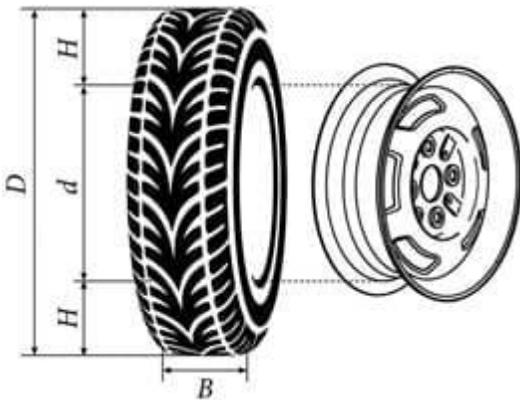


Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot H/B$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 185/60 R14.

1. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
185	185/60	185/55	—
195	195/55	195/55; 195/50	—
205		205/50	205/50
215	—	—	215/45

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 185/55 R15 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 205/50 R15?

Ответ: _____.

3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/55 R15?

Ответ: _____.

4. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 205/50 R16? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

$$\frac{12}{35} \cdot 1 \frac{3}{4} - \frac{4}{15}$$

6. Найдите значение выражения. Представьте полученный результат в виде несократимой обыкновенной дроби. В ответ запишите числитель этой дроби.

Ответ: _____.

7. Выберите правильный ответ. Между какими целыми числами заключено число 140/17?

- 1) 5 и 6
- 2) 6 и 7
- 3) 7 и 8
- 4) 8 и 9

Ответ: _____.

$$\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}}$$

8. Найдите значение выражения

Ответ: _____.

9. Найдите корень уравнения $-4x-9=6x$.

Ответ: _____.

10. В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

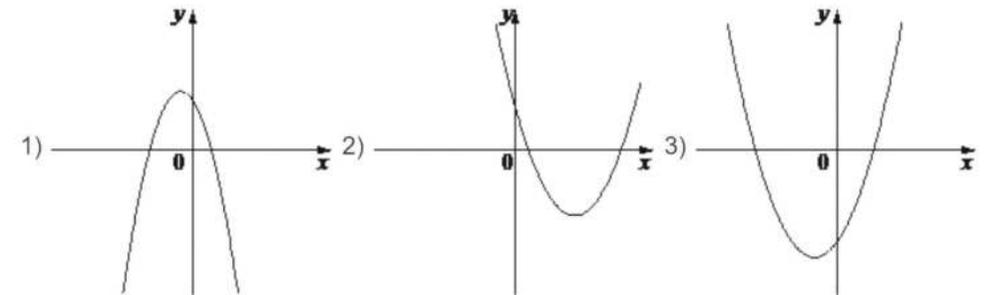
11. Установите соответствие и впишите ответ.

На рисунках изображены графики функций вида $y=ax^2+bx+c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $a>0, c<0$
- Б) $a>0, c>0$
- В) $a<0, c>0$

ГРАФИКИ



Ответ: В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	Б	В

Ответ: _____.

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$$

, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2=16$, $\sin \alpha=2/5$, а $S=12,8$.

Ответ: _____.

13. Укажите решение неравенства

$$\begin{cases} x+4 \geq -3.4, \\ x+5 \leq 0. \end{cases}$$

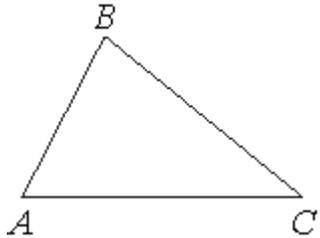
- 1) $[-7.4; -5]$
- 2) $[-5; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -7.4]$
- 4) $(-\infty; -7.4] \cup [-5; +\infty)$

Ответ: _____.

14. Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 9 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые пять секунд?

Ответ: _____.

15. В треугольнике ABC известно, что $AB=2$, $BC=3$, $AC=4$. Найдите $\cos \angle ABC$.



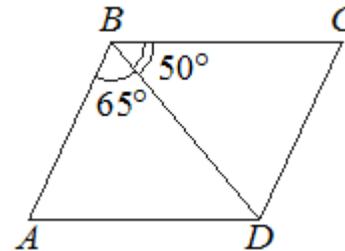
Ответ: _____.

16. Сторона равностороннего треугольника равна $4\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



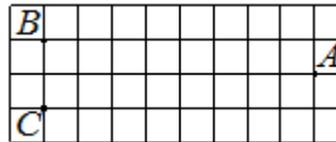
Ответ: _____.

17. Диагональ BD параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.



Ответ: _____.

18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 2) Если в ромбе один из углов равен 90 градусам, то этот ромб является квадратом.
- 3) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20. Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$

Ответ: _____.

21. Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Ответ: _____.

22. Постройте график функции $y=x|x|-|x|-6x$. Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Ответ: _____.

23. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF=32$, $BF=24$.

Ответ: _____.

24. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

Ответ: _____.

25. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Ответ: _____.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.