

Тренировочный вариант №004
контрольных измерительных материалов ОГЭ 2024 года
по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Справочные материалы

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения: $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, где $D = b^2 - 4ac$.
- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$
 если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$
- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$
- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d : $a_n = a_1 + d(n - 1)$.
- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$.
- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q : $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$
- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$
- Свойства арифметического квадратного корня: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ при $a \geq 0, b \geq 0$;
 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ при $a \geq 0, b > 0$.
- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad (a^n)^m = a^{nm};$$

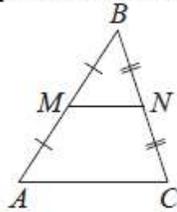
$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}; \quad (ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

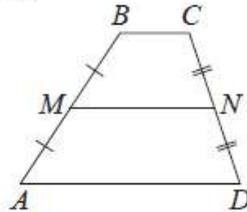
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

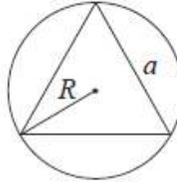


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

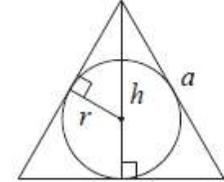


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

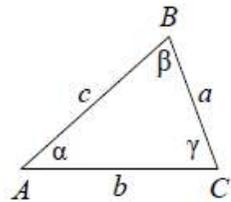
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



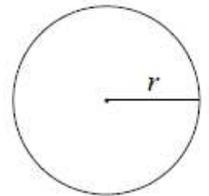
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$,
 $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$,
 $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

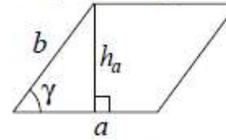


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

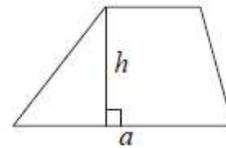
Площади фигур

Параллелограмм



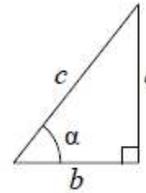
$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

Трапеция



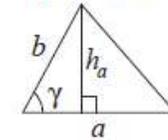
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Прямоугольный треугольник



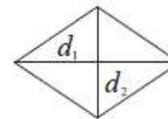
$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Треугольник



$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое
 тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

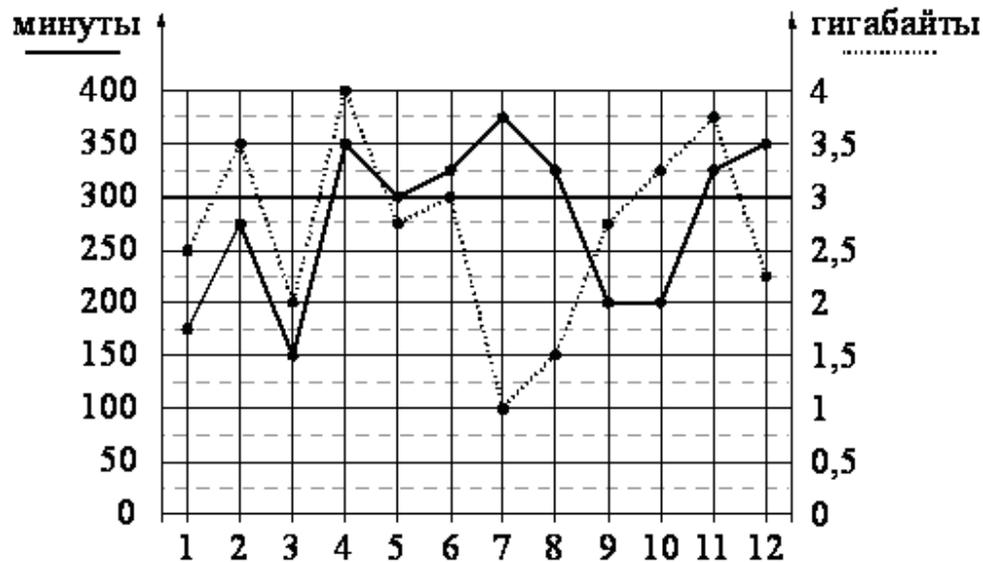
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На рисунке точками показано количество минут исходящих вызовов и трафик мобильного интернета в гигабайтах, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2019 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляла 350 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 300 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 3 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 120 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета тарифа указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин.
Мобильный интернет (пакет)	90 руб. за 0,5 ГБ
SMS	2 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге. За весь год абонент отправил 110 SMS.

1. Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице трафику мобильного интернета.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

Мобильный интернет	1 ГБ	3 ГБ	3,25 ГБ	1,5 ГБ
Номер месяца				

Ответ: _____.

2. Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в феврале?

Ответ: _____.

3. Сколько месяцев в 2019 году абонент превысил лимит по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

4. На сколько процентов увеличился трафик мобильного интернета в феврале по сравнению с январём 2019 года?

Ответ: _____.

5. В конце 2019 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф, условия которого приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	440 руб.
В абонентскую плату включены пакеты:	
пакет исходящих вызовов	400 минут
пакет мобильного интернета	4 ГБ
пакет SMS	120 SMS
После расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин.
исходящие вызовы*	4 руб./мин.
мобильный интернет (пакет)	180 руб. за 0,5 ГБ
SMS	2 руб./шт.

*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2019 г., если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2019 г., то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдёт ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2020 год.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{2}{5} + \frac{4}{15}$. Представьте результат в виде несократимой обыкновенной дроби. В ответ запишите числитель этой дроби.

Ответ: _____.

7. Между какими целыми числами заключено число $\frac{110}{13}$?

- 1) 8 и 9
- 2) 9 и 10
- 3) 10 и 11
- 4) 11 и 12

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения

$$\sqrt{16x^4y^6} \text{ при } x=6 \text{ и } y=2.$$

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $2x^2=8x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с капустой, 8 с рисом и 1 с луком и яйцом. Игорь наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с капустой.

Ответ: _____.

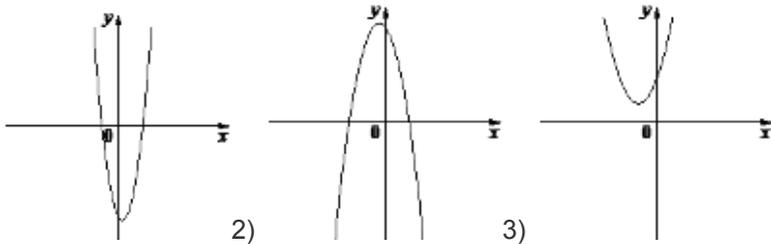
11. Установите соответствие и впишите ответ.

На рисунках изображены графики функций вида $y=ax^2+bx+c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $a>0, c>0$
- Б) $a<0, c>0$
- В) $a>0, c<0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ: _____.

12. Впишите правильный ответ. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в m/c^2) вычисляется по формуле $a=\omega^2R$, где ω — угловая скорость (в c^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $5 c^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $35 m/c^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13. Укажите решение неравенства $5x - 3(3x - 2) > -4$.

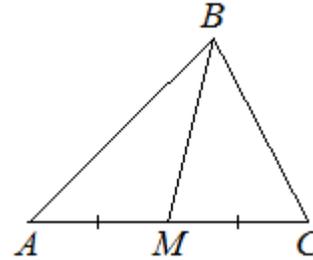
- 1) $(2,5; +\infty)$
- 2) $(-0,5; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 2,5)$
- 4) $(-\infty; -0,5)$

Ответ: _____.

14. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 18 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 60 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

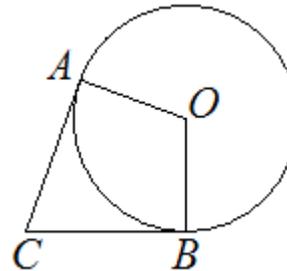
Ответ: _____.

15. В треугольнике ABC известно, что $AC = 18$, BM – медиана, $BM=14$. Найдите AM .



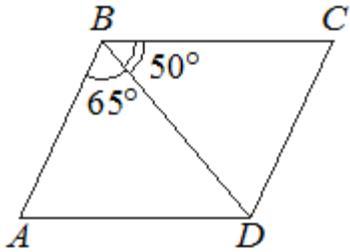
Ответ: _____.

16. В угол C величиной 87° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O – центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



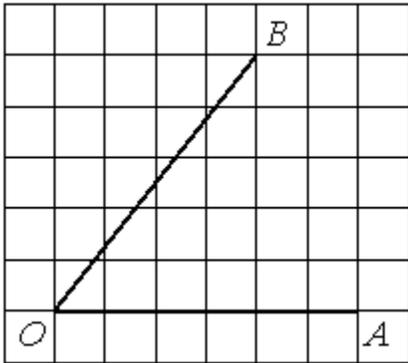
Ответ: _____.

17. Диагональ BD параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.



Ответ: _____.

18. Найдите тангенс угла AOB, изображенного на рисунке.



Ответ: _____.

19. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20. Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$.

21. Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 72 кг высушенных фруктов?

22. Постройте график функции $y = |x| \cdot (x+1) - 6x$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M. Найдите MC, если $AB=16$, $DC=24$, $AC=25$.

24. Известно, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

25. Найдите боковую сторону AB трапеции ABCD, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD=34$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.